

DOI [10.28925/2663-4023.2020.7.115130](https://doi.org/10.28925/2663-4023.2020.7.115130)

УДК 004.056.5: 655.25

Назаркевич Марія Андріївнадоктор технічних наук, професор, професор кафедри інформаційних технологій видавничої справи
Національний університет "Львівська політехніка", Львів, Україна

ORCID ID: 0000-0002-6528-9867

mariia.a.nazarkevych@lpnu.ua**Возний Ярослав Васильович**

аспірант

Національний університет "Львівська політехніка", Львів, Україна

ORCID ID: 0000-0002-5481-9973

voznyuy@outlook.com**Дмитрук Сергій Віталійович**

магістр

Національний університет "Львівська політехніка", Львів, Україна

ORCID ID: 0000-0001-6434-2817

sergiy.dmytruk@gmail.com**ВЕЙВЛЕТ ПЕРЕТВОРЕННЯ АТЕБ-ГАБОР ФІЛЬТРАЦІЇ У БІОМЕТРИЧНИХ
ЗОБРАЖЕННЯХ**

Анотація. Здійснено попередню обробку біометричних зображень і проведено фільтрацію двома способами: вейвлет-Габором та вейвлет Ateb-Габором. Фільтр Габора на основі Ateb-функцій є ефективним для проведення фільтрації, оскільки містить узагальнення тригонометричних функцій. Розроблено вейвлет-перетворення Ateb-Gabor функції. Показано, що функція залежить від семи параметрів, кожен з яких вносить суттєві зміни у результати фільтрації біометричних зображень. Проведено дослідження вейвлет Ateb-Габор функції. Побудовано графічні залежності вейвлет Габор фільтра та вейвлет Ateb-Габор фільтра. Введення вейвлет перетворень дає змогу зменшити складність обчислень Ateb-Gabor фільтра, спростивши обчислення функції та зменшивши час фільтрації. Проведено оцінку складності алгоритмів обчислення вейвлет Габор фільтра та вейвлет Ateb-Габор фільтра. Фільтрування Ateb-Габором дозволяє змінювати інтенсивність всього зображення, та забезпечити зміну певних діапазонів, і таким чином змінити певні ділянки зображення. Якраз цю властивість мають мати біометричні зображення, на яких мінуції бути контрастними і чіткими. Ateb-функції мають властивість зміни двох раціональних параметрів, а це, в свою чергу, дасть можливість гнучкіше керувати фільтрацією. Досліджено властивості Ateb-функції, а також можливості зміни амплітуди функції, частоти коливань на чисельні значення фільтра Ateb-Габора. Завдяки використанню параметрів Ateb-функції можна отримати значно більший діапазон форм і величин, що розширює кількість можливих варіантів фільтрації. Також можна реалізувати один раз фільтрацію, врахувавши напрям мінуцій і надійно визначити чіткість країв, а не проводити фільтрацію батократно. Результати достовірності протестовано на базі NIST Special Database 302, та показано добрі результати фільтрації. Це підтверджено експериментом порівняння між фільтрацією вейвлет-Габором та вейвлет Ateb-Габор функції на основі вимірювання співвідношення сигнал-шум PSNR.

Ключові слова: вейвлет Ateb-Габор перетворення, вейвлет Габор перетворення, біометричні зображення



1. ВСТУП

Біометричні системи захисту поступово витісняють традиційні системи безпеки на основі введення паролів, PIN-кодів, які є персональними ідентифікаційними номерами та друкованих посвідчень. Біометрія є технологією ідентифікації з перетворенням їх в шаблони, які використовуються для порівняння отриманих фізіологічних або поведінкових характеристик.

На сьогоднішній день найбільш динамічно продовжують розвиватись системи біометричної ідентифікації. Вони привертають до себе особливу увагу, що обумовлюється їх високою надійністю та досягненим в останній час значним здешевленням.

Розвиток біометрії на сьогоднішній день обумовлюється включенням компактних біометричних датчиків у малі особисті пристрої, такі як смартфони; розгортання біометричних даних системи та проведення широкомасштабної ідентифікації, дослідження раніше недосліджених біометричних ознак для використання при носінні пристроїв; способи швидкого пошуку через великі біометричні бази даних; розробка контрзаходів для вирішення різних типів атак на біометричні системи.

Постановка проблеми. У даному дослідженні здійснено вейвлет-перетворення Атеб-Габор функції. Проведено фільтрацію біометричних зображень та доведено ефективність їх використання. Проведено дослідження використання певних параметрів Атеб-функції. У результаті показано різноманіття форм і величин від застосування певних параметрів. Також проведено дослідження часових характеристик спрацювання даного фільтра.

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Майже кожна біометрична система явно або неявно накладає певний тип обмеження на користувача або середовище під час збору даних. Використання смартфонів і таких пристроїв, як смарт-годинники та трекери активності, представляє безпрецедентну можливість для біометричних дослідників. По-перше, ці пристрої зберігають або передають особисту інформацію і вимагають ефективного механізму обмеження доступу. По-друге, ці пристрої оснащені датчиками, що записують різні фізичні атрибути індивідуума, які можна використовувати як біометричний підпис особи.

У [1] розглядаються під різними кутами та різною орієнтацією біометричні зображення. Вони фільтруються функцією Габора. Система є інваріантною для обертання грані профілю в одній або різних площинах. Це створює передумови про те, що фільтрація Габором є перспективною.

У роботі [2] встановлено захищений і надійний алгоритм ідентифікації відбитків пальців від підробок, використовуючи Circular Gabor Wavelet для сегментації текстур знятих зображень. Зразки піддавали обробці функцій вилучення за допомогою кругового алгоритму вейвлера Габора, розробленого для сегментації.

Покращення зображення fingerprint є ключовим аспектом автоматизованої системи ідентифікації відбитків пальців. У роботі [3] описаний алгоритм, заснований на новій схемі компенсації освітлення. Схема передбачає використання адаптивного розкладання сингулярного значення для підвищення якості зображення. Алгоритм складається з трьох етапів. Перший етап - це розкладання вхідного відбитка зображення розміром $2M \times 2N$ на чотири піддіапазони на першому рівні шляхом застосування двовимірного дискретного вейвлет-перетворення. На другому етапі побудується тензор у просторі $RM \times N \times 4$. На третьому етапі компенсоване зображення виробляється шляхом адаптивного отримання коефіцієнта компенсації для кожної

лобової площини тензора. Результати експериментів показали, що якість зображення АНТWF вище, ніж у вихідного зображення. Запропонований алгоритм не тільки покращує чіткість та безперервність гребневих структур, але також видаляє фон та розмиті ділянки зображення відбитків. Отже, цей алгоритм може досягти більш високої точності класифікації відбитків пальців, ніж пов'язані з ними методи.

Мультимодальна біометрія використовується в основному з метою сертифікації та підтвердження особи. Для аутентифікації людини використовується безліч біометричних даних. У біометричному розпізнаванні беруть участь три життєво важливі фази, які включають попередню обробку, виявлення ознак та класифікацію. Таким чином попередня обробка включала за допомогою застосування фільтрів та вирізання зображення, накладання текстури та створення форми [4].

На сьогодні безпека особистої інформації є дуже важлива. Величезна кількість особистих даних і файлів зберігається на серверах із закритим доступом. Доступ до приватної інформації надається лише авторизованим користувачам. Біометрика відіграє велику роль у безпеці. Зараз стали активно досліджувати зображення пальцевих вен. Великими перевагами рисунку вени на пальцях є те, що їх не можна скопіювати або вкрати. Застосування базових пальців для автентичності широко використовуються в Японії, як банк даних в аеропортах, автентифікації особи, в'язницях і т.д. Основна увага приділяється порівняльному дослідженню існуючих методів розпізнавання візерунка вен, техніці створення ознак [5].

Введено метод, заснований на фільтрі Габора, для прямого вилучення функцій відбитків пальців із зображень без попередньої обробки. Запропонований спосіб є більш ефективним, ніж звичайні методи для малорозмірної системи розпізнавання відбитків пальців. Результати експериментів показують, що коефіцієнт розпізнавання k -найближчого класифікатора сусідів за допомогою запропонованих функцій на основі фільтра Габора становить 97,2% [6].

Покращення відбитків зображення є важливим етапом попередньої обробки в програмах розпізнавання відбитків пальців. У [7] запропоновано новий метод дизайну фільтра для поліпшення зображення відбитків пальців, в основному традиційним фільтром Gabor (TGF). Його схема вибору параметрів не залежить від зображення. Переваги полягають у збереженні структури зображення відбитків пальців та досягненні послідовності покращення зображення.

Щоб обмежитися використанням фільтра Gabor та для підвищення розпізнавання відбитків пальців, у [8] введений фільтр Log-Gabor. Детально описаний метод проектування та схема реалізації фільтра Log-Gabor для поліпшення розпізнавання відбитків пальців. Продуктивність удосконалення оцінюється на стандартних базах даних відбитків пальців. Експериментальні результати показують, що запропонований метод фільтрації Log-Gabor може ефективно покращити якість відбитків пальців і підвищити надійність ідентифікації.

Оскільки 2-D фільтр Gabor можна розділити на смуговий фільтр та фільтр низьких частот, для швидкого покращення розпізнавання відбитків пальців вводиться реалізація фільтра Габора для будь-якої обраної орієнтації. Експериментальні результати показали, що відокремлене посилення Gabor значно знизило обчислювальну складність, приблизно в 1: 2,8 рази, швидше, ніж традиційний фільтр Gabor. Відокремлений фільтр Gabor узагальнений для будь-якої бажаної орієнтації, що призводить до швидшого часу виконання (1:1,46), зменшення місця в пам'яті та покращення якості порівняно з традиційним фільтром Gabor [9].

Задача біометричної ідентифікації присвячені роботи Shelupanov Alexander [10], Бідюк П [11] в яких особливу увагу приділено контролю та безпеці системи. Особливу увагу заслуговує праця [12] де наведений підхід до захисту систем інформації.

У праці [13] розглянуто атаки, які здійснюються на системи біометричного захисту. Аналізу моделей захисту інформації присвячено дослідження [14].

Серед іноземних дослідників варто відзначити праці John Carter [15], Valechha L. [16], Ramos A.L.A [17].

Мета статті. Розроблення методу вейвлет-перетворення Ateb-Габора для фільтрації біометричних зображень стало основою для проведення даного дослідження. Розроблення методики визначення ефективності запропонованого методу фільтрації на основі фільтрації відбитків пальців проведено на основі бази [NIST Special Database 302](#). Виконано обчислення складності перетворень вейвлет Ateb-Габора фільтрації.

2. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ

2.1. Метод фільтрації біометричних зображень

Сучасні біометричні системи демонструють дуже хорошу продуктивність при добрій якості вхідних даних. Однак, виконання їх різко погіршується, коли у систему надходять вхідні дані поганої якості. Прикладами поганих даних можуть бути заскановані відбитки пальців, які є надто зашумлені з низькою роздільною здатністю. Тому перспективним буде розроблення методів підвищення якості таких даних, щоб біометричний зміст захисту спрацьовував швидше та з меншими помилками.

Проте на неопрацьованому зображенні через шуми, лінії відбитків можуть спотворюватися, що створювало помилки в розпізнаванні. Окрім цього ідентифікація має відбуватися швидко і тривати лічені хвилини. Для цього зображення покращуватимуть, застосовуючи фільтрацію. При цьому знижується зашумленість зображення. Фільтр Габора на основі Ateb-функцій є ефективним для проведення фільтрації, оскільки містить узагальнення тригонометричних функцій.

Випадковий шум проявляється у вигляді хаотичних гранулярностей або розташованих чужорідних точок на зображенні. Найпомітніший такий шум на темних областях зображень, оскільки відношення “сигнал/шум” на них буде набагато менше, ніж на світлих ділянках. Складність знаходження точних рішень породжує різні варіанти наближених методів.

Одним з відомих методів реконструкції зображення є фільтр Габора. Він застосовується при лінійній фільтрації та дозволяє покращити якість перетвореного зображення. Додатково можуть бути використані операції симетрії, антисиметрії та вейвлет-перетворення для зменшення кількості необхідних операцій множення та додавання.



Рис. 1. Технологія біометричної ідентифікації відбитків

Таким чином, на рис. 1 показані етапи розпізнавання зображень: вхідне зображення, попередня обробка зображення, фільтрація, бінаризація, виділення особливих ознак, мінімальне порівняння із шаблоном. Скануємо зображення за допомогою оптичного датчика відбитків пальців Adafruit. Далі зображення підлягає попередньому опрацюванню, яке полягає в його нормалізації та доведенні до єдиної шкали. В результаті цього етапу ми отримуємо нормалізовані зображення, які в подальшому підлягають порівнянню. Наступний крок - фільтрація біометричного зображення.

Відбувається етап бінеризації, де зображення перетворюється у два кольори – чорний та прозорий. У наступному етапі – потоншення мінуцій. Він виконується хвильовим алгоритмом або алгоритмом Zhang-Suen, або ж алгоритмом Хілдіча. У наступному етапі – виділення особливих ознак, які детально проаналізовані в [18]. У подальшому відбувається порівняння за шаблоном методом особливих ознак на засканованому відбитку з особливими ознаками у базі даних.

2.2. Вейвлет перетворення функції Габора

Розглянемо двовимірну нормалізовану функцію Габора [19]:

$$\psi(x, y, \zeta_0, x_0, y_0, \rho, \theta, \sigma, \nabla\beta) = \frac{1}{\sqrt{\pi\sigma\beta}} e^{-\left[\frac{((x-x_0)\cos\theta+(y-y_0)\sin\theta)^2}{2\sigma^2} + \frac{((x-x_0)\sin\theta+(y-y_0)\cos\theta)^2}{2\beta^2}\right]} * e^{i(\zeta_0(x-x_0)+(y-y_0)+\rho)} \quad (1)$$

Центр фільтра розташований в точці зображення $(x = x_0, y = y_0)$ і в точці $(\xi = \xi_0, v = v_0)$ площини растрових частот, σ і β масштабні параметри еліптичних гауссіанів уздовж осей x і y , θ – кут орієнтації фільтра, ρ – фаза фільтра. Таким чином, узагальнена функція Габора має шість способів свободи: $\zeta_0, v_0, \theta, \rho, \sigma, \beta$.

Результат перетворення Фур'є спрощеного комплексного фільтра Габора має наступний вигляд:

$$\psi(\zeta, v, \zeta_0, v_0, \theta, \sigma, \beta) = \frac{1}{\sqrt{\pi\sigma\beta}} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{((\zeta-\zeta_0)\cos\theta+(v-v_0)\sin\theta)^2\sigma^2}{2\sigma^2} + \frac{(-(\zeta-\zeta_0)\sin\theta+(v-v_0)\cos\theta)^2\beta^2}{2\beta^2}\right]} \quad (2)$$

де ζ, v – просторові частоти по осях x і y .

Оскільки дані обчислення мають велику обчислювальну складність, робимо спрощення. На параметри σ, β можна довільним чином накласти обмеження $\frac{\beta}{\sigma} = 2$.

Також

$$\zeta_0 = \omega_0 \cos \theta,$$

$$v_0 = \omega_0 \sin \theta$$

де частота $\omega_0 = \sqrt{\zeta^2 + v^2}$

З урахуванням цих обмежень фільтр Габора можна визначити наступним чином:

$$\psi(\zeta, v, \zeta_0, v_0, \theta, \sigma, \beta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma\beta}} e^{-\frac{1}{8\sigma^2}\left[4\left(x\frac{\zeta_0}{|\omega_0|}+y\frac{\sigma_0}{|\omega_0|}\right)^2 + \left(-x\frac{v_0}{|\omega_0|}+y\frac{\zeta_0}{|\omega_0|}\right)^2\right]} * e^{i(\zeta_0x+v_0v)} \quad (3)$$

Орієнтація фільтра збігається з великою віссю еліптичного гауссіана.

Смугу частот за рівнем амплітуди 0,5 виберемо від 1 до 1,5 октав в напрямку оптимальної орієнтації.

Співвідношення між σ і ω_0 задається наступним виразом

$$\sigma = \frac{k}{\omega_0} \quad (4)$$

На рис.2-4 показано тривимірні поверхні вейвлет Габора, де на осі OX відкладено ζ , на OY - $v(1)$, і на осі OZ показано $\psi(\zeta, v, \zeta_0, v_0, \theta, \sigma, \beta)$.

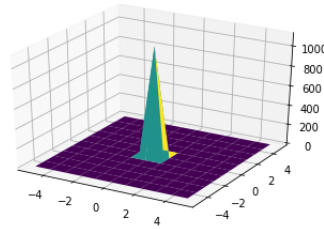


Рис. 2. Побудова вейвлет Габор фільтра з параметрами $\sigma = 1$, $\theta = 10 * \pi$.

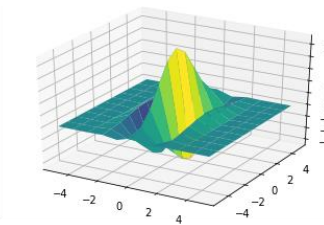


Рис. 3. Побудова вейвлет Габор фільтра з параметрами $\sigma = 1$, $\theta = \pi$.

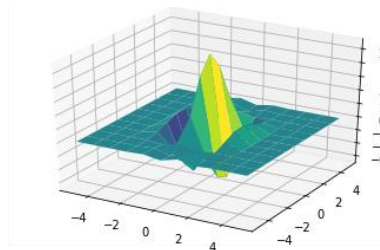


Рис. 4. Побудова вейвлет Габор фільтра з параметрами $\sigma = 1$, $\theta = 0.05 * \pi$.

З рисунків 2-4 видно, що значення фільтру розширюється при зменшенні параметра σ .

2.3. Вейвлет перетворення Ateb-Габор фільтрації

Нами запропоновано новий тип фільтрації, який побудований на введені нових функцій Ateb-Габора, які дадуть можливість застосування більш широкого спектру наборів фільтрації. Це дасть можливість якісніше відфільтровувати біометричні зображення. Запропоновано новий спосіб класифікації зображень відбитків пальців по типам папілярних узорів на основі застосування фільтра Ateb-Габора, який реалізовано вейвлет-перетвореннями. Функціональна схема ідентифікації показана на рис. 5.



Рис.5. Метод фільтрації вейвлет Атеб-Gabor

Вибір вейвлета для використання є найважливішим. Ми можемо вплинути на вирішення результатів за часом і за частотою. Цей напрямок використовується в реальному та Фур'є-просторі.

$$W(a, b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt \quad (9)$$

де $a, b \in R, a \neq 0$.

Однією з особливостей вейвлетів є те, що під час аналізу частота і час інтерпретуються як незалежні значення, тому є можливість одночасно спостерігати за властивостями процесу в просторовій і частотній областях. Вирішуючи проблему аналізу зображення або фільтрації шуму, краще використовувати активні вейвлети Naar, Daubechies, WAVE, МНАТ [20]. Залежно від проблеми, яка вирішується, змінюється форма вейвлет-перетворення, і розглядається безперервне або дискретне перетворення вейвлетів [20]:

$$W_{\psi}(a, b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \sum_{i=0}^{N-1} f(t) \psi^* \left(\frac{i-b}{a} \right) \quad (10)$$

$$\psi(t) = (1 - t^2) e^{-t^2/2} \quad (11)$$

$\psi_{a,b}(t)$ з (10) і (11) отримаємо:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi \left(\frac{t-b}{a} \right) = \frac{(1 - \frac{(t-b)^2}{a^2}) \cdot e^{-\frac{(t-b)^2}{2a^2}}}{\sqrt{a}} \quad (12)$$

Атеб-Габор фільтр має форму:

$$f(m, n, t) = e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} Ca(m, n, 2\Pi, \theta, t), \quad (13)$$

де $Ca(m, n, 2\Pi, \theta, t)$ - Атеб-функція, - відхилення ядра Гаусса, що визначає амплітуду функції.

У джерелі [13] були виведені формули обчислення похідних для Атеб-функцій.

Інтегральне перетворення вейвлет функції Атеб-Gabor АТЕВГ (a, b) відповідно до (2) та (5) буде виразом:

$$ATEBG(a, b, m, n, \theta, \sigma, t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} Ca(m, n, 2\Pi, \theta, t) \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt \quad (14)$$

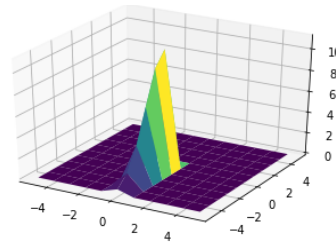


Рис. 6. Побудова вейвлет Ateb-Gabor фільтра з параметрами $m=9, n=0.5, \sigma=1, \theta = 10 * \pi$

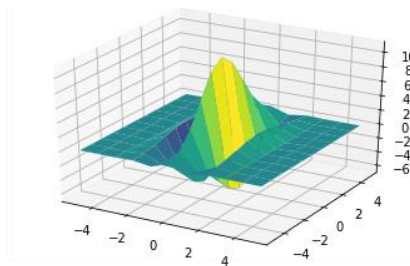


Рис. 7. Побудова вейвлет Ateb-Gabor фільтра з параметрами $m=3, n=5, \sigma=1, \theta = 10 * \pi$

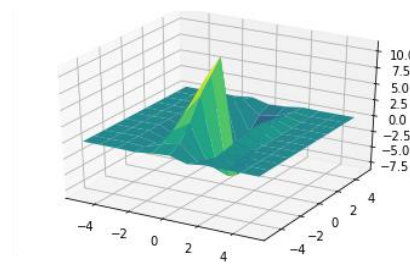


Рис. 8. Побудова вейвлет Ateb-Gabor фільтра з параметрами $m=3, n=7, \sigma=1, \theta = 10 * \pi$

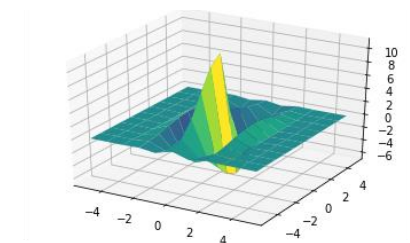


Рис. 9. Побудова вейвлет Ateb-Gabor фільтра з параметрами $m=3, n=11, \sigma=1, \theta = 10 * \pi$

Як видно із наведених рисунків, зміна параметрів фільтра дозволяє вибрати найкращі варіанти фільтрації.

Як видно з наведених залежностей, введення Ateb-Gabor фільтра дає можливість отримати більшу кількість керуючих впливів порівняно з традиційним фільтром Габора. Так фільтр Габора залежить від параметрів $\zeta, v, \zeta_0, v_0, \theta, \sigma, \beta$. Значення фільтра Габора залежить від координат центру фільтра $x = x_0, y = y_0$ та точок $\xi = \xi_0, v = v_0$ площини растрових частот, залежить від σ і β - масштабних параметрів еліптичних гауссіанів уздовж осей x і y , θ - кута орієнтації фільтра, ρ - фази фільтра. Звідси функція Габора має шість способів свободи: $\zeta_0, v_0, \theta, \rho, \sigma, \beta$.

Введення фільтра Ateb-Габора залежить від параметрів $ATEBG(a, b, m, n, \theta, \sigma, t,)$, де окрім базових параметрів додаються раціональні параметри m і n , які значно впливають на форму функції, а в результаті на фільтрацію.

2.4. Оцінка складності обчислення вейвлет перетворення Ateb-Габор фільтрації

2.4.1. Оцінка складності обчислення Ateb-функції

Складність алгоритмів вимірюється за необхідними ресурсами, в основному це тривалість обчислень або необхідний обсяг пам'яті.

Складність алгоритмів зазвичай оцінюють за часом виконання або по використанні пам'яті.

Обчислення Ateb-функції [21] зводиться до обчислення обернених функцій невластивих інтегралів. Ці представлення є математичним аналітичним виразом, які є складні для отримання числових значень. Тому у [22] було запропоновано математичну модель що використовує розклади у ряди Фур'є. Для їх обчислення використовувались наближені методи обчислення подвійних інтегралів та дихотомічний метод пошуку нулів функції [23].

Складність обчислень полягала в одночасному використанні методів наближеного обчислення подвійних інтегралів, пошуку нульового значення заданих неявно функцій. Для обчислень застосовувався тип даних з подвійною точністю.

Тому обчислення значень періодичних Ateb-функцій зводиться до експотенціальних алгоритмів. Розв'язок задач, що породжують експоненціальні алгоритми, пов'язаний з повним перебором всіх можливих варіантів значень та вибору оптимального.

Якщо існує експоненціальний алгоритм для знаходження оптимального розв'язку задачі обчислення значень Ateb-функцій, то на практиці застосовуються інші, ефективніші поліноміальні алгоритми для знаходження не обов'язково оптимального, а лише прийняттого оптимального розв'язку. Оцінка $O(g_{ATEB}(N))$ для функції $f_{ATEB}(N)$ застосовується, коли точне значення $f_{ATEB}(N)$ невідоме, а відомо лише порядок зростання часу, затрачуваного на розв'язання задачі розмірністю N за допомогою алгоритму A . Точні значення $f_{ATEB}(N)$ залежать від конкретної реалізації, тоді як $O(f_{ATEB}(N))$ є характеристикою самого алгоритму.

Оскільки при розкладі в ряди Фур'є бралися чотири члени розкладу, складність алгоритму дорівнює $O(N^4)$. Можна створювати більш складний алгоритм, беручи до уваги п'ятий, шостий і т.д. члени розкладу, проте точність такого алгоритму буде складати більше $\varepsilon = 10^{-10}$. На основі обчислювальних ресурсів, де проводилися

обчислення застосовуються Фур'є перетворення, тому брати більшу кількість членів у розкладах вважаємо є неефективним.

Тому часова асимптотична складність обчислення значень Ateb-функцій алгоритму дорівнює $O(N^4)$. Факт експоненціальної складності алгоритму в термінах введеної символіки можна записати як $f Ateb(N) = O(k^4)$, де k — як правило, ціле число більше за одиницю.

2.4.2. Оцінка складності обчислення фільтрації Габора

При фільтрації застосовується фільтр Габора, обчислювальну складність якого оцінимо. Фільтрація Габором може бути представлена трьома послідовними кроками обробки зображень. 1) множення раціональних вхідного зображення на $e^{-i(an_1+an_2)}$ [24].

2) згладжування отриманого комплексного сигналу за допомогою двомірного фільтра з раціональними імпульсними характеристиками, які достатньо повно описані в [25].

3) множення зглаженого сигналу на експотенціальний множник $e^{-i(an_1+an_2)}$ [26].

Таким чином складність фільтрації оцінюємо як $O(N^3)$. кубічне зростання — подвоєння розміру задачі збільшує необхідний час у вісім разів, яким є множення матриць.

2.4.3. Оцінка часових характеристик обчислення Ateb-Габора

Експериментальні дослідження обчислення часу спрацювання системи розробленим фільтром Ateb-Габора приведено у таблиці 1. Було обрано чисельні значення однакових раціональних параметрів Ateb-Габора m та n та $\sigma=3$. Як видно з таблиці 1 час спрацювання системи при непарних параметрах є дещо більшим, аніж при парних. Це можна пояснити розкладом Ateb-функції в ряд Фур'є, яке описано в [27]. При встановленні результатів фільтрації та вибору добре відфільтрованих зображень було опрацьовано методи в [28].

Таблиця 1.

Час фільтрації фільтром Ateb-Габора

m	n	Час спрацювання, мс
1	1	4.47
0.5	0.5	4.44
4	4	4.51
5	5	4.41
6	6	4.71
7	7	4.58

Таким чином маємо хороший діапазон часових характеристик спрацювання розробленої системи.

3. РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Результати достовірності виявились протестованими на базі NIST Special Database 302. Набір даних для оцінювання параметрів, які перевіряють пальці та її тестування, отримані з 162 перевірених різної якості.

Було здійснено попередню обробку зображень і проведено фільтрацію двома способами: вейвлет-Габором та вейвлет Ateb-Габором. Після цього здійснено порівняння на основі співвідношення сигнал-шум [28]. Було отримано такі результати, див. Табл. 2.

Таблиця 2.

Результати фільтрації вейвлет Ateb-Габором

m	n	PSNR
1	1	45.57
1	2	31.04
1	3	30.94
1	4	33.23
1	5	36.66
1	6	29.36
1	7	32.92
7	1	35.00

4. ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Фільтрування Ateb-Габором дозволяє змінювати інтенсивність всього зображення, а також інтенсивність у певних діапазонах, і таким чином зробити певні ділянки зображення контрастнішими. Ateb-функції змінюються від двох раціональних параметрів, а це, в свою чергу, дасть можливість гнучкіше керувати фільтрацією. Досліджено властивості Ateb-функції, а також можливості зміни амплітуди функції, частоти коливань на фільтр Ateb-Габора. Показано розвинення фільтрації на основі двовимірного Ateb-Габору. Ці залежності проаналізовані та зроблені відповідні експерименти. Відбитки пальців фільтрувалися за допомогою розробленого фільтра Ateb-Габора. Показано ефективність його використання, яке полягає у більшій кількості варіантів фільтрації до опрацьованого зображення.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- [1] Valechha, L., Valecha, H., Ahuja, V., Chawla, T., & Sengupta, S. (2020). Orisyncrasy—An Ear Biometrics on the Fly Using Gabor Filter. In *Advances in Data Sciences, Security and Applications*, pp. 457-466. DOI: https://doi.org/10.1007/978-981-15-0372-6_37.
- [2] Onifade, O. F., Akinde, P., & Isinkaye, F. O. (2020). Circular Gabor wavelet algorithm for fingerprint liveness detection. *Journal of Advanced Computer Science & Technology*, 9(1), p. 1-5. DOI: [10.14419/jacst.v9i1.29908](https://doi.org/10.14419/jacst.v9i1.29908).
- [3] Le, N. T., Wang, J. W., Le, D. H., Wang, C. C., & Nguyen, T. N. (2020). Fingerprint Enhancement Based on Tensor of Wavelet Subbands for Classification. *IEEE Access*, 8, pp. 6602-6615. DOI: [10.1109/ACCESS.2020.2964035](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.2964035).



- [4] Chanukya, P. S., & Thivakaran, T. K. (2020). Multimodal biometric cryptosystem for human authentication using fingerprint and ear. *Multimedia Tools and Applications*, 79(1-2), pp. 659-673. DOI: [10.1007/s11042-019-08123-w](https://doi.org/10.1007/s11042-019-08123-w).
- [5] 5. Wagh, D. P., Fadewar, H. S., & Shinde, G. N. (2020). Biometric Finger Vein Recognition Methods for Authentication. In *Computing in Engineering and Technology* pp. 45-53. DOI: [10.1007/978-981-32-9515-5_5](https://doi.org/10.1007/978-981-32-9515-5_5).
- [6] Lee, C. J., & Wang, S. D. (1999). Fingerprint feature extraction using Gabor filters. *Electronics Letters*, 35(4), pp. 288-290. DOI: [10.1049/el:19990213](https://doi.org/10.1049/el:19990213).
- [7] Yang, J., Liu, L., Jiang, T., & Fan, Y. (2003). A modified Gabor filter design method for fingerprint image enhancement. *Pattern Recognition Letters*, 24(12), pp. 1805-1817. DOI: [10.1016/S0167-8655\(03\)00005-9](https://doi.org/10.1016/S0167-8655(03)00005-9).
- [8] Wang, W., Li, J., Huang, F., & Feng, H. (2008). Design and implementation of Log-Gabor filter in fingerprint image enhancement. *Pattern Recognition Letters*, 29(3), pp. 301-308. DOI: [10.1016/S0167-8655\(03\)00005-9](https://doi.org/10.1016/S0167-8655(03)00005-9).
- [9] Areekul, V., Watchareeruetai, U., Suppasriwasuseth, K., & Tantaratana, S. (2005, September). Separable Gabor filter realization for fast fingerprint enhancement. In *IEEE International Conference on Image Processing 2005*, Vol. 3, pp. III-253. IEEE. DOI: [10.1109/ICIP.2005.1530376](https://doi.org/10.1109/ICIP.2005.1530376).
- [10] Usmonov, B., Evsutin, O., Iskhakov, A., Shelupanov, A., Iskhakova, A., & Meshcheryakov, R. (2017, November). The cybersecurity in development of IoT embedded technologies. In *2017 International Conference on Information Science and Communications Technologies (ICISCT) IEEE*, pp. 1-4. DOI: [10.1109/ICISCT.2017.8188589](https://doi.org/10.1109/ICISCT.2017.8188589).
- [11] Hryshchuk, R., & Molodetska, K. (2016, May). Synergetic control of social networking services actors' interactions. In *International Conference on Systems, Control and Information Technologies 2016*, pp. 34-42. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-48923-0_5.
- [12] Bogachuk, I., Sokolov, V., & Buriachok, V. (2018, October). Monitoring subsystem for wireless systems based on miniature spectrum analyzers. In *2018 International Scientific-Practical Conference Problems of Infocommunications. Science and Technology (PIC S&T)* pp. 581-585. DOI: [10.1109/INFOCOMMST.2018.8632151](https://doi.org/10.1109/INFOCOMMST.2018.8632151)
- [13] Korchenko, O., Vasiliu, Y., & Gnatyuk, S. (2010). Modern quantum technologies of information security against cyber-terrorist attacks. *Aviation*, 14(2), pp. 58-69. DOI: <https://doi.org/10.3846/aviation.2010.10>.
- [14] V. Dudykevych, O. Bakay and Y. Lakh, "Investigation of Payment Cards systems information security control," *2013 IEEE 7th International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems (IDAACS)*, Berlin, 2013, pp. 651-654. DOI: [10.1109/IDAACS.2013.6663005](https://doi.org/10.1109/IDAACS.2013.6663005)
- [15] Cunado, D., Nixon, M. S., & Carter, J. N. (1997, March). Using gait as a biometric, via phase-weighted magnitude spectra. In *International Conference on Audio-and Video-Based Biometric Person Authentication* pp. 93-102. DOI: <https://doi.org/10.1007/BFb0015984>
- [16] Valechha L., Valecha H., Ahuja V., Chawla T., Sengupta S. (2020) Orisyncrasy—An Ear Biometrics on the Fly Using Gabor Filter. In: Jain V., Chaudhary G., Taplamacioglu M., Agarwal M. (eds) *Advances in Data Sciences, Security and Applications. Lecture Notes in Electrical Engineering*, vol 612. Springer, Singapore. DOI: [10.1007/978-981-15-0372-6_37](https://doi.org/10.1007/978-981-15-0372-6_37)
- [17] Ramos A.L.A., Dadiz B.G., Santos A.B.G. (2020) Classifying Emotion based on Facial Expression Analysis using Gabor Filter: A Basis for Adaptive Effective Teaching Strategy. In: Alfred R., Lim Y., Haviluddin H., On C. (eds) *Computational Science and Technology. Lecture Notes in Electrical Engineering*, vol 603. Springer, Singapore. DOI: https://doi.org/10.1007/978-981-15-0058-9_45.
- [18] Nazarkevych, M., Lotoshynska, N., Klyujnyk, I., Voznyi, Y., Forostyna, S., & Maslanych, I. (2019, July). Complexity Evaluation of the Ateb-Gabor Filtration Algorithm in Biometric Security Systems. In *2019 IEEE 2nd Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON)*, pp. 961-964. DOI: [10.1109/UKRCON.2019.8879945](https://doi.org/10.1109/UKRCON.2019.8879945).
- [19] Fogel, I., Sagi, D. Gabor filters as texture discriminator. *Biol. Cybern.* 61, pp. 103–113 (1989). DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00204594>
- [20] Diab, M. O., Seif, A., Sabbah, M., El-Abed, M., & Aloulou, N. (2020). A Review on ECG-Based Biometric Authentication Systems. In *Hidden Biometrics*, pp. 17-44. Springer, Singapore. DOI: [10.1007/978-981-13-0956-4_2](https://doi.org/10.1007/978-981-13-0956-4_2).



- [21] Nazarkevych, M., Kynash, Y., Oliarnyk, R., Klyujnyk, I., & Nazarkevych, H. (2017, May). Application perfected wave tracing algorithm. In 2017 IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON), pp. 1011-1014. IEEE. DOI: [10.1109/UKRCON.2017.8100403](https://doi.org/10.1109/UKRCON.2017.8100403).
- [22] Nazarkevych, M., Riznyk, O., Samoty, V., Dzelendzyak, U. "Detection of regularities in the parameters of the Ateb-Gabor method for biometric image filtration Eastern-European Journal of Enterprise Technologies" Eastern-european journal of enterprise technologies. Information technology. Industry control systems. – 2019. – № 2 (97), pp. 57-65. DOI: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.154862>.
- [23] Fang, W., Quan, S. H., Xie, C. J., Tang, X. F., Wang, L. L., & Huang, L. (2016). Maximum power point tracking with dichotomy and gradient method for automobile exhaust thermoelectric generators. Journal of Electronic Materials, 45(3), pp. 1613-1624. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11664-015-4130-9>.
- [24] Lyons, M., Akamatsu, S., Kamachi, M., & Gyoba, J. (1998, April). Coding facial expressions with gabor wavelets. In Proceedings Third IEEE international conference on automatic face and gesture recognition, pp. 200-205. IEEE. DOI: [10.1109/AFGR.1998.670949](https://doi.org/10.1109/AFGR.1998.670949).
- [25] Lee, T. S. (1996). Image representation using 2D Gabor wavelets. IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence, 18(10), pp. 959-971. DOI: [10.1109/34.541406](https://doi.org/10.1109/34.541406).
- [26] Soares, J. V., Leandro, J. J., Cesar, R. M., Jelinek, H. F., & Cree, M. J. (2006). Retinal vessel segmentation using the 2-D Gabor wavelet and supervised classification. IEEE Transactions on medical Imaging, 25(9), pp.1214-1222. DOI: [10.1109/TMI.2006.879967](https://doi.org/10.1109/TMI.2006.879967).
- [27] Nazarkevych, M., Klyujnyk, I., Maslanych, I., Havrysh, B., & Nazarkevych, H. (2018, April). Image filtration using the Ateb-Gabor filter in the biometric security systems. In 2018 XIV-th International Conference on Perspective Technologies and Methods in MEMS Design (MEMSTECH), pp. 276-279. IEEE. DOI: [10.1109/MEMSTECH.2018.8365749](https://doi.org/10.1109/MEMSTECH.2018.8365749).
- [28] Nazarkevych, M., Voznyi, Y., & Troyan, O. (2019). УЗАГАЛЬНЕННЯ ФІЛЬТРІВ ГАБОРА НА ОСНОВІ АТЕВ-ФУНКЦІЙ. Кібербезпека: освіта, наука, техніка, 4(4), pp. 72-84. DOI: [10.28925/2663-4023.2019.4.7284](https://doi.org/10.28925/2663-4023.2019.4.7284).

**Nazarkevych Mariya Andriyivna**

Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Information Technologies of Publishing
Lviv Polytechnic National University, Lviv, Ukraine
ORCID ID: 0000-0002-6528-9867
mariia.a.nazarkevych@lpnu.ua

Voznyi Yaroslav Vasylovych

postgraduate
Lviv Polytechnic National University, Lviv, Ukraine
ORCID ID: 0000-0002-5481-9973
voznyyy@outlook.com

Dmytryk Sergiy Vitaliyovych

master's degree
Lviv Polytechnic National University, Lviv, Ukraine
ORCID ID: 0000-0001-6434-2817
sergiy.dmytruk@gmail.com

WAVELET TRANSFORMATION ATEB-GABOR FILTERS TO BIOMETRIC IMAGES

Abstract. Biometric images were pre-processed and filtered in two ways, by wavelet- Gabor and wavelet Ateb-gabor filtration. Ateb-based Gabor filter is effective for filtration because it contains generalizations of trigonometric functions. The wavelet transform of Ateb-Gabor function was developed. The function dependence on seven parameters was shown, each of them significantly changes the filtering results of biometric images. The Ateb-Gabor wavelet research was performed. Graphic dependencies of the wavelet Gabor filter and the wavelet Ateb-Gabor filter were constructed. The appliance of wavelet transform makes it possible to reduce the complexity of calculating an Ateb-Gabor filter by simplifying function calculations and reducing filtering time. The complexities of algorithms for calculating the wavelet Gabor filter and the wavelet Ateb-Gabor filter have been evaluated. Ateb-Gabor filtration allows you to adjust the intensity of the entire image, and to change certain ranges, thereby changing certain areas of the image. Biometric images should have this property, on which the minucius should be contrasting and clear. Ateb functions have the property of changing two rational parameters, which will allow to make more flexible control of filtration. The properties of the Ateb function, as well as the possibility of changing the amplitude of the function, the oscillation frequency by the numerical values of the Ateb-Gabor filter, were investigated. By using the parameters of the Ateb function, you can get a much larger range of shapes and sizes, which expands the number of possible filtration options. You can also perform filtration once, taking into account the direction of the minucius and reliably determine the sharpness of the edges, rather than perform filtration many times. The reliability of results were tested using NIST Special Database 302 and good filtration results were shown. This is confirmed by the comparison experiment between the wavelet-Gabor filter and the wavelet Ateb-Gabor function based on the PSNR signal-to-noise ratio measurement.

Keywords: Ateb-Gabor wavelet transform, Gabor wavelet transform, biometric images

REFERENCES (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

- [1] Valechha, L., Valecha, H., Ahuja, V., Chawla, T., & Sengupta, S. (2020). Orisyncrasy—An Ear Biometrics on the Fly Using Gabor Filter. In *Advances in Data Sciences, Security and Applications*, pp. 457-466. DOI: https://doi.org/10.1007/978-981-15-0372-6_37 .



- [2] Onifade, O. F., Akinde, P., & Isinkaye, F. O. (2020). Circular Gabor wavelet algorithm for fingerprint liveness detection. *Journal of Advanced Computer Science & Technology*, 9(1), p. 1-5. DOI: [10.14419/jacst.v9i1.29908](https://doi.org/10.14419/jacst.v9i1.29908).
- [3] Le, N. T., Wang, J. W., Le, D. H., Wang, C. C., & Nguyen, T. N. (2020). Fingerprint Enhancement Based on Tensor of Wavelet Subbands for Classification. *IEEE Access*, 8, pp. 6602-6615. DOI: [10.1109/ACCESS.2020.2964035](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.2964035).
- [4] Chanukya, P. S., & Thivakaran, T. K. (2020). Multimodal biometric cryptosystem for human authentication using fingerprint and ear. *Multimedia Tools and Applications*, 79(1-2), pp. 659-673. DOI: [10.1007/s11042-019-08123-w](https://doi.org/10.1007/s11042-019-08123-w).
- [5] Wagh, D. P., Fadewar, H. S., & Shinde, G. N. (2020). Biometric Finger Vein Recognition Methods for Authentication. In *Computing in Engineering and Technology* pp. 45-53. DOI: [10.1007/978-981-32-9515-5_5](https://doi.org/10.1007/978-981-32-9515-5_5).
- [6] Lee, C. J., & Wang, S. D. (1999). Fingerprint feature extraction using Gabor filters. *Electronics Letters*, 35(4), pp. 288-290. DOI: [10.1049/el:19990213](https://doi.org/10.1049/el:19990213).
- [7] Yang, J., Liu, L., Jiang, T., & Fan, Y. (2003). A modified Gabor filter design method for fingerprint image enhancement. *Pattern Recognition Letters*, 24(12), pp. 1805-1817. DOI: [10.1016/S0167-8655\(03\)00005-9](https://doi.org/10.1016/S0167-8655(03)00005-9).
- [8] Wang, W., Li, J., Huang, F., & Feng, H. (2008). Design and implementation of Log-Gabor filter in fingerprint image enhancement. *Pattern Recognition Letters*, 29(3), pp. 301-308. DOI: [10.1016/S0167-8655\(03\)00005-9](https://doi.org/10.1016/S0167-8655(03)00005-9).
- [9] Areekul, V., Watchareeruetai, U., Suppasriwasuseth, K., & Tantaratana, S. (2005, September). Separable Gabor filter realization for fast fingerprint enhancement. In *IEEE International Conference on Image Processing 2005*, Vol. 3, pp. III-253. IEEE. DOI: [10.1109/ICIP.2005.1530376](https://doi.org/10.1109/ICIP.2005.1530376).
- [10] Usmonov, B., Evsutin, O., Iskhakov, A., Shelupanov, A., Iskhakova, A., & Meshcheryakov, R. (2017, November). The cybersecurity in development of IoT embedded technologies. In *2017 International Conference on Information Science and Communications Technologies (ICISCT)* IEEE, pp. 1-4. DOI: [10.1109/ICISCT.2017.8188589](https://doi.org/10.1109/ICISCT.2017.8188589).
- [11] Hryshchuk, R., & Molodetska, K. (2016, May). Synergetic control of social networking services actors' interactions. In *International Conference on Systems, Control and Information Technologies 2016*, pp. 34-42. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-48923-0_5.
- [12] Bogachuk, I., Sokolov, V., & Buriachok, V. (2018, October). Monitoring subsystem for wireless systems based on miniature spectrum analyzers. In *2018 International Scientific-Practical Conference Problems of Infocommunications. Science and Technology (PIC S&T)* pp. 581-585. DOI: [10.1109/INFOCOMMST.2018.8632151](https://doi.org/10.1109/INFOCOMMST.2018.8632151).
- [13] Korchenko, O., Vasiliu, Y., & Gnatyuk, S. (2010). Modern quantum technologies of information security against cyber-terrorist attacks. *Aviation*, 14(2), pp. 58-69. DOI: <https://doi.org/10.3846/aviation.2010.10>.
- [14] V. Dudykevych, O. Bakay and Y. Lakh, "Investigation of Payment Cards systems information security control," *2013 IEEE 7th International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems (IDAACS)*, Berlin, 2013, pp. 651-654. DOI: [10.1109/IDAACS.2013.6663005](https://doi.org/10.1109/IDAACS.2013.6663005).
- [15] Cunado, D., Nixon, M. S., & Carter, J. N. (1997, March). Using gait as a biometric, via phase-weighted magnitude spectra. In *International Conference on Audio-and Video-Based Biometric Person Authentication* pp. 93-102. DOI: <https://doi.org/10.1007/BFb0015984>.
- [16] Valechha L., Valecha H., Ahuja V., Chawla T., Sengupta S. (2020) Orisyncrasy—An Ear Biometrics on the Fly Using Gabor Filter. In: Jain V., Chaudhary G., Taplamacioglu M., Agarwal M. (eds) *Advances in Data Sciences, Security and Applications. Lecture Notes in Electrical Engineering*, vol 612. Springer, Singapore. DOI: [10.1007/978-981-15-0372-6_37](https://doi.org/10.1007/978-981-15-0372-6_37).
- [17] Ramos A.L.A., Dadiz B.G., Santos A.B.G. (2020) Classifying Emotion based on Facial Expression Analysis using Gabor Filter: A Basis for Adaptive Effective Teaching Strategy. In: Alfred R., Lim Y., Haviluddin H., On C. (eds) *Computational Science and Technology. Lecture Notes in Electrical Engineering*, vol 603. Springer, Singapore. DOI: https://doi.org/10.1007/978-981-15-0058-9_45.
- [18] Nazarkevych, M., Lotoshynska, N., Klyujnyk, I., Voznyi, Y., Forostyna, S., & Maslanych, I. (2019, July). Complexity Evaluation of the Ateb-Gabor Filtration Algorithm in Biometric Security Systems. In *2019 IEEE 2nd Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON)*, pp. 961-964. DOI: [10.1109/UKRCON.2019.8879945](https://doi.org/10.1109/UKRCON.2019.8879945).



- [19] Fogel, I., Sagi, D. Gabor filters as texture discriminator. *Biol. Cybern.* 61, pp. 103–113 (1989). DOI:<https://doi.org/10.1007/BF00204594>
- [20] Diab, M. O., Seif, A., Sabbah, M., El-Abed, M., & Aloulou, N. (2020). A Review on ECG-Based Biometric Authentication Systems. In *Hidden Biometrics*, pp. 17-44. Springer, Singapore. DOI: [10.1007/978-981-13-0956-4_2](https://doi.org/10.1007/978-981-13-0956-4_2).
- [21] Nazarkevych, M., Kynash, Y., Oliarnyk, R., Klyujnyk, I., & Nazarkevych, H. (2017, May). Application perfected wave tracing algorithm. In *2017 IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON)*, pp. 1011-1014. IEEE. DOI: [10.1109/UKRCON.2017.8100403](https://doi.org/10.1109/UKRCON.2017.8100403).
- [22] Nazarkevych, M., Riznyk, O., Samoty, V., Dzelendzyak, U. "Detection of regularities in the parameters of the Ateb-Gabor method for biometric image filtration *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*" *Eastern-european journal of enterprise technologies. Information technology. Industry control systems.* – 2019. – № 2 (97), pp. 57-65. DOI: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.154862>.
- [23] Fang, W., Quan, S. H., Xie, C. J., Tang, X. F., Wang, L. L., & Huang, L. (2016). Maximum power point tracking with dichotomy and gradient method for automobile exhaust thermoelectric generators. *Journal of Electronic Materials*, 45(3), pp. 1613-1624. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11664-015-4130-9>.
- [24] Lyons, M., Akamatsu, S., Kamachi, M., & Gyoba, J. (1998, April). Coding facial expressions with gabor wavelets. In *Proceedings Third IEEE international conference on automatic face and gesture recognition*, pp. 200-205. IEEE. DOI: [10.1109/AFGR.1998.670949](https://doi.org/10.1109/AFGR.1998.670949).
- [25] Lee, T. S. (1996). Image representation using 2D Gabor wavelets. *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 18(10), pp. 959-971. DOI: [10.1109/34.541406](https://doi.org/10.1109/34.541406).
- [26] Soares, J. V., Leandro, J. J., Cesar, R. M., Jelinek, H. F., & Cree, M. J. (2006). Retinal vessel segmentation using the 2-D Gabor wavelet and supervised classification. *IEEE Transactions on medical Imaging*, 25(9), pp.1214-1222. DOI: [10.1109/TMI.2006.879967](https://doi.org/10.1109/TMI.2006.879967).
- [27] Nazarkevych, M., Klyujnyk, I., Maslanych, I., Havrysh, B., & Nazarkevych, H. (2018, April). Image filtration using the Ateb-Gabor filter in the biometric security systems. In *2018 XIV-th International Conference on Perspective Technologies and Methods in MEMS Design (MEMSTECH)*, pp. 276-279. IEEE. DOI: [10.1109/MEMSTECH.2018.8365749](https://doi.org/10.1109/MEMSTECH.2018.8365749).
- [28] Nazarkevych, M., Voznyi, Y., & Troyan, O. (2019). GENERATION OF GABOR FILTERS BASED ON ATEB FUNCTIONS. *Cybersecurity: Education, Science, Technology*, 4 (4), pp. 72-84. DOI: [10.28925/2663-4023.2019.4.7284](https://doi.org/10.28925/2663-4023.2019.4.7284). (in Ukrainian)

